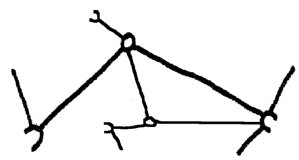
pour une nouvelle pratique des nœuds,
utile aux autodidactes
acceptable ou non par les mathématicien·ne·s

nous traitons des ***nœuds premiers***, lesquels sont aux nœuds ce que les nombres premiers sont aux nombres.

I – ***<u>graphes et nœuds</u>***

a) graphes *premiers*.

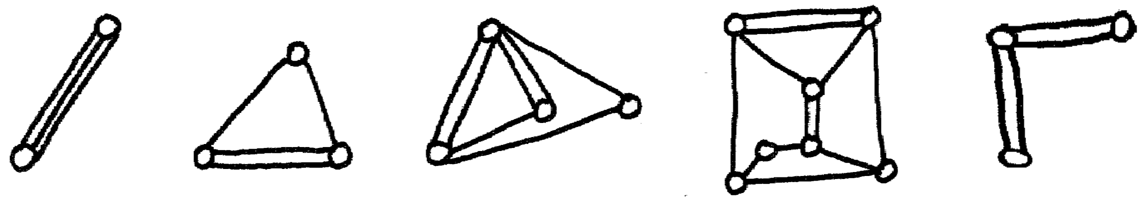
les graphes sont dessinés et observés sur une surface plane dont tout·e un·e chacun·e a l'intui-tion et l'usage. dans nos dessins, les sommets sont symbolisés par de petits ronds "o" et les arêtes par des segments de droites "—". une partie de graphe, exhibée pour une monstration particulière, est dessinée avec des sommets incomplets "∩" (petit rond ouvert).



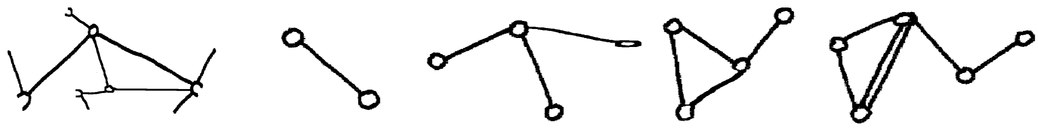
les *graphes* que nous considérons sont les graphes pour lesquels nous appliquons une définition équivalente à celle des ***nœuds premiers***:

α) <u>graphes *complets*</u>

un graphe est *complet* si chacun de ses sommets est au moins de valence 2, c'est-à-dire que chaque sommet est à la jointure d'au moins deux arêtes.

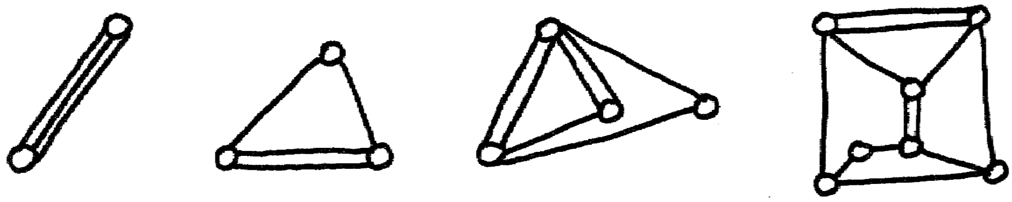


voici quelques exemples de graphes incomplets

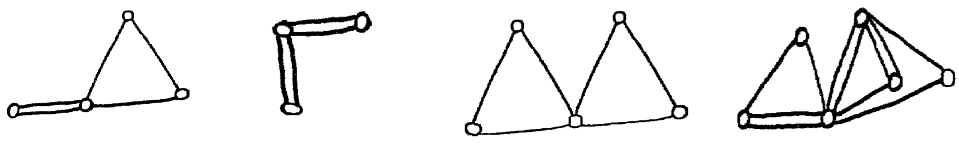


β) <u>graphes ***premiers***</u>

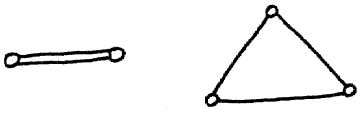
un graphe est ***premier*** : 1 - s'il est complet et 2 - s'il est impossible de le diviser **d'un seul coup**, par scission d'un sommet quelconque, en **deux** graphes. voici quelques exemples de ***graphes premiers***.



voici quelques exemples de graphes complets non premiers.



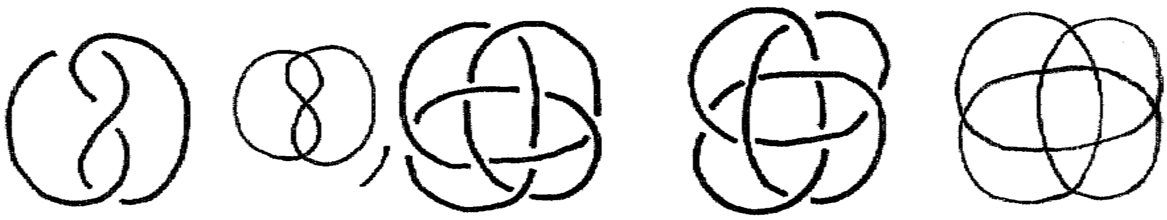
les séries ascendantes, infinies, dont il existe plusieurs méthodes de construction, des graphes premiers commencent par ces deux-ci :



b) <u>graphes dans les *états nœudiens*.</u>

1 – *ombre* et *métabole*

la projection d'un état d'un nœud sur un plan est son ***ombre***. il s'agit d'une courbe close dont tous les croisements sont des points *sans* dessus-dessous. voici quelques états et l'ombre associée à chacun. deux états ont même morphologie et cependant différents par leurs *dessus-dessous* ont même ombre.



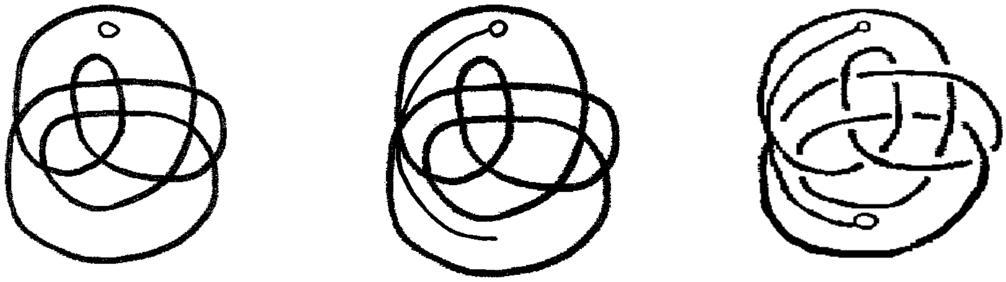
nous appelons ***métabole*** l'ensemble des états nœudiens ayant même ombre, et ***métabolites*** ces états.

2 – *ombre* et *paire de graphes duaux*

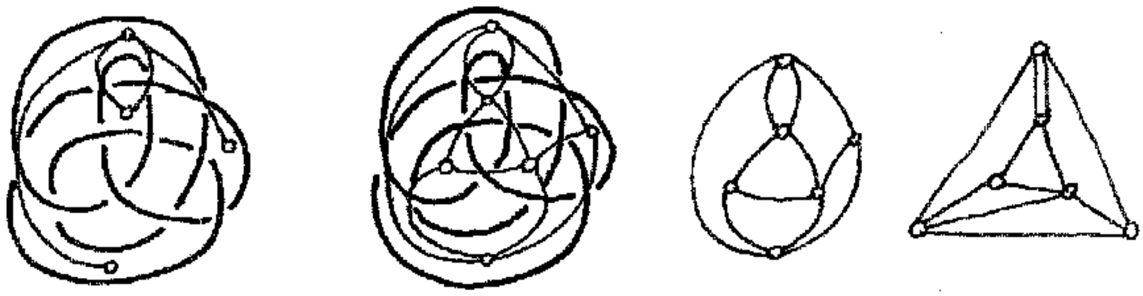
à partir d'une ombre nous pouvons extraire une paire de *graphes duaux*, image de cette ombre. voici comment procéder :

α - l'un des deux graphes

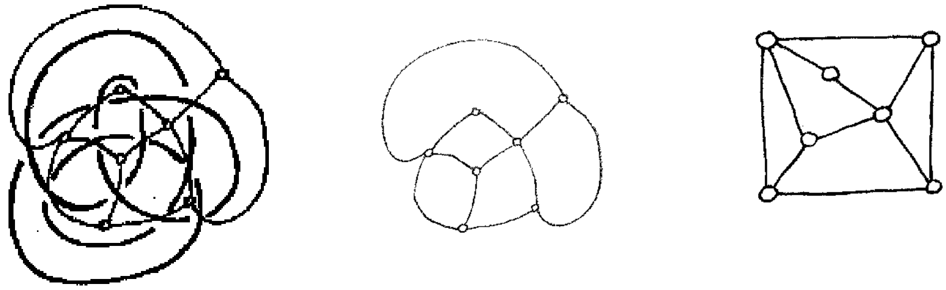
(*a*) — dans une zone quelconque, nous dessinons un sommet, puis (*b*) — de ce sommet nous tirons une arête *à travers un croisement* de cette zone jusqu'à la zone voisine, où (*c*) — nous dessinons un sommet en bout d'arête. ce sommet servira de départ, pour cette nouvelle zone, à la même procédure.



nous réitérons (*a*) (*b*) (*c*) autant de fois qu'il y a de croisements dans la zone choisie et nous appliquons de proche en proche cette procédure jusqu'à obtenir un graphe fermé que nous dessinerons hors de l'ombre.

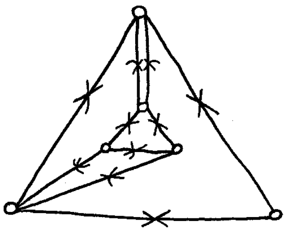


c'est ce graphe qui nous servira de représentant de l'ombre de l'état. nous passerons du repré-sentant de l'ombre au repré-sentant de l'état tout court en y appliquant les valeurs des des-sus-dessous des croisements, que nous appelons ***ornures*** et dont nous montrerons le pro-tocole d'attribution. les **sommets** du graphe représentent donc les *zones* de l'ombre dans lesquelles ils sont dessinés, et les **arêtes** du graphe représentent donc les *croisements* de l'ombre. ce graphe est dit **graphe de connexité**. la connexité dont il s'agit est celle des zones de l'état, représentées par les sommets du graphe, unies par les arêtes du graphe qui elles, représentent **tous** les croisements de l'état. comme toutes les zones de l'état ne sont pas représentées dans ce graphe, celles dans lesquelles nul sommet du graphe se trouve, un autre graphe est nécessaire. nous allons donc recommencer la procédure (*a*)(*b*)(*c*) ci-dessus mais en plaçant les sommets du graphe dans les zones qui n'en n'ont pas reçu précédemment. nous condensons la procédure en trois dessins :

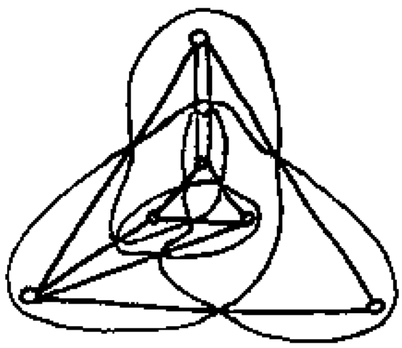


nous pouvons effectuer le chemin inverse, à savoir partir d'un graphe pour obtenir l'ombre qu'il représente. voici comment procéder :

(*a*) — sur chaque arête nous superposons un croisement, qui se partage ainsi sur deux zones connexes du graphe et offre deux pattes par zone



puis (*b*) — dans chaque zone du graphe nous raboutons de la façon la plus naturelle les pattes entre elles : chaque patte se raboute à la patte immédiatement adjacente.



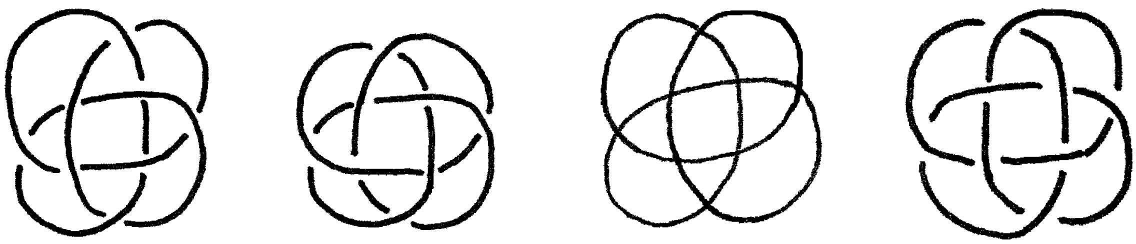
nous pouvons ensuite extraire l'ombre obtenue et l'esthétiser.

à partir de l'ombre, il est très facile d'obtenir un état trivial. il suffit pour cela de dessiner les dessus-dessous de manière alternée, "alternée" signifie ici que le brin qui passe *dessus* (ou *dessous*) à un croisement passe *dessous* (ou *dessus*) aux deux croisements *immédiatement* voisins auxquels il participe que l'on dit *contigus*.

un *état trivial* est un état nœudien totalement alterné.

c) métabole, ombre, état trivial.

nous avons vu qu'un métabole est un ensemble d'états nœudiens possédant une ombre com-mune. ces états possèdent aussi en commun un état dit ***état trivial***. nous appelons ***racine*** du métabole la donnée d'une ombre et de l'état trivial conforme. voici deux états non-alternés différents et leur racine, ombre commune et état trivial correspondant donc.



au su de ce qui précède, nous pouvons donc affirmer, pour ce qui est de notre intérêt particulier :

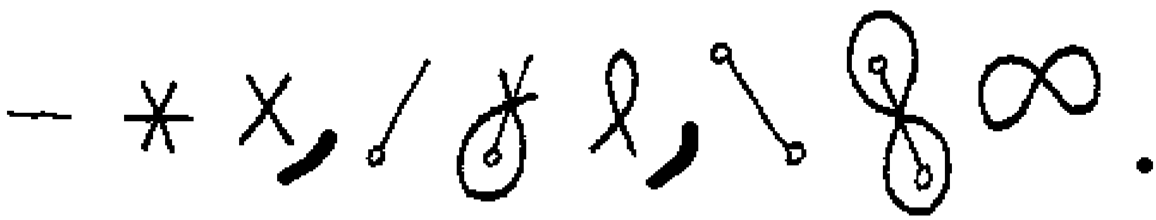
à partir de n'importe quel graphe complet il est loisible de dessiner la racine d'un métabole de nœuds premiers, les

métabolites, soient une ombre et un nœud trivial communs à tous les états métamorphosables de même morphologie.

en fait, cette loi est universelle : à partir de n'importe quel graphe, complet ou incomplet, fer-mé ou non, même de débris de graphe, il est possible de construire une ombre, un fragment ou un nœud trivial. par exemple **un sommet isolé permet de dessiner une ombre, celle d'un rond sans croisement, un non nœud donc**.

ce pourquoi les mathématicien·ne·s ont inconsciemment attribué à ce rond sans croisement le titre de nœud trivial. car pour elles et eux, les nœuds sont des objets compliqués non investigables pour eux-mêmes mais assimilables aux petites lettres de l'algèbre ou aux nombres de l'arithmétique, alors qu'ils représentent pour la plastique nœudienne le paradigme même de la complexité et du nouage, dessinables et accessibles par toutes et tous un peu curieu·se·s et non inhibé·e·s.

voici d'autres exemples du ratage mathématique de la structure nœudienne. une arête isolée est le graphe d'un croisement isolé. un sommet et une arête forment le graphe d'une bouclette, deux sommets conjoints par une arête commune forment le graphe d'un tortillon réductible en non nœud. etc.…



nous verrons par la suite une technique de construction d'états triviaux et non-alternés.

les états alternés, triviaux donc, sont dits **statiques** s'ils ne possèdent pas de motifs de méta-morphoses, les ***permuta-tions,*** seuls motifs de métamorphoses possibles pour un état alterné. dans le cas contraire ils sont dits **quasi-statiques**.